

Alain Busser

Jeux et graphes

La théorie des graphes de 5 à 95 ans

2^e édition



ellipses

Table des matières

1	Vocabulaire	11
1.1	Définitions	11
1.1.1	Sommets	11
1.1.2	Graphes	12
1.1.3	Connexité	16
1.1.4	Coloration	16
1.2	Polyèdres	17
1.2.1	Tétraèdre	18
1.2.2	Octaèdre	19
1.2.3	Cube	19
1.2.4	Prismes	20
1.2.5	Solides de Kuratowski	20
2	Coloriage	23
2.1	Planarité	23
2.1.1	Définition	23
2.1.2	Théorème de Kuratowski	24
2.2	Le jeu de Snort	25
2.2.1	Simon Norton	25
2.2.2	Règle du jeu	25
2.2.3	Analyse du jeu	27
2.3	Le jeu de Col	28
2.3.1	Colin Vout	28
2.3.2	Règle du jeu	28
2.3.3	Exemple	29
2.3.4	Analyse du jeu	30
2.4	Nombre chromatique	31
2.4.1	Coloration propre	32
2.4.2	Nombre chromatique d'un graphe	32
2.4.3	Nombre chromatique plus grand que 4	42
2.5	Sudoku	44

3	Parcours	45
3.1	Hamilton	45
3.1.1	De Bâle jusqu'à Saint-Pétersbourg	45
3.1.2	Le parcours du cavalier	45
3.1.3	Le graphe du dodécaèdre	51
3.1.4	Le jeu icosien	52
3.1.5	Parcours hamiltonien	52
3.2	Euler	54
3.2.1	Halte à Kaliningrad	54
3.2.2	Théorème d'Euler	56
3.2.3	Le lemme des poignées de mains	57
3.3	Markov	58
3.3.1	Jouer avec un dé	58
3.3.2	Chaîne de Markov	61
3.3.3	Arbres pondérés	66
4	Embouteillages	69
4.1	Jeux de poursuite	69
4.1.1	Principe	69
4.1.2	Degré d'un sommet	71
4.1.3	Exemples	72
4.1.4	Jeux antiques	74
4.1.5	Le jeu militaire	77
4.1.6	Madelinette	80
4.2	Jeux d'inspiration malayo-polynésienne	84
4.2.1	Un graphe historique	84
4.2.2	Le jeu des deux châteaux	85
4.2.3	De Madagascar à Hawaï'i	90
4.3	Taquins	94
4.3.1	Les jeux de M. Fleury	95
4.3.2	Taquin sur graphe	96
4.3.3	Sliding tokens	103
5	Distances	107
5.1	Définitions	107
5.1.1	Longueur d'un chemin	107
5.1.2	Excentricité d'un sommet	110
5.1.3	Rayon et diamètre	112
5.1.4	Sommets particuliers	113
5.2	Graphes pondérés	114
5.2.1	Dijkstra	115
5.2.2	Le voyageur de commerce	117

6	Jeux de type Nim	119
6.1	Exemples	119
6.1.1	Jeu de Nim	119
6.1.2	Jeu de la soustraction	122
6.1.3	Graphes orientés	123
6.1.4	Départ et arrivées	124
6.2	Théorie de Sprague et Grundy	128
6.2.1	Stratégie gagnante	128
6.2.2	Stratégie de Grundy	129
6.3	Avec plusieurs pions	130
6.3.1	Un seul pion maximum par sommet	130
6.3.2	Plusieurs pions possibles par sommet	133
6.3.3	Annihilation de pions	135
7	Réseaux de Petri	137
7.1	Théorie de Petri	137
7.1.1	Places et transitions	137
7.1.2	Jetons	138
7.2	Jeux sur réseaux de Petri	140
7.2.1	Règle du jeu	140
7.2.2	Un exemple	140
7.2.3	Autres exemples	144
7.3	Analyse d'un jeu sur réseau de Petri	149
8	Automates et programmes	153
8.1	Automates	153
8.1.1	Automates en tant que réseaux de Petri	153
8.1.2	Automates en tant que graphes orientés étiquetés	153
8.1.3	Remarques historiques	155
8.1.4	Jeu sur automate	157
8.2	Exemples d'automates	158
8.2.1	Automates de Kleene	158
8.2.2	Automates de Mealy	163
8.3	Programmes de calcul	169
8.3.1	Exemples	169
8.3.2	Le jeu d'Isbell	174
8.4	Programmes et organigrammes	176
8.4.1	Machines de Turing	176
8.4.2	Turing après la guerre	177
9	Destruction de graphes	179
9.1	Jeux de coloriage	179
9.1.1	Jeu de Snort	179
9.1.2	Jeu de Col	183
9.2	Hackenbush	186
9.3	Bridg-it	189

9.3.1	Le jeu de Gale	189
9.3.2	Switching game	192
10	Construction de graphes	199
10.1	Degré des sommets	199
10.1.1	Suite graphique	201
10.1.2	Hashiwokakero	202
10.2	Sprouts	203
10.2.1	Lucasta	203
10.2.2	Sprouts à l'école	210
11	Fonctions	215
11.1	Relations	215
11.1.1	Diagramme sagittal	215
11.1.2	Applications et fonctions	218
11.1.3	Fonctions et automates	220
11.2	Flow programming	223
11.2.1	Fonctions	223
11.2.2	Relations	223
11.2.3	Opérations	224
11.2.4	Au brevet des collèges	226
11.3	Remarque	228
11.4	Conclusion	228
12	Conclusion et annexes	229
12.1	Conclusion	229
12.2	Annexes	230
	Bibliographie	237
	Index	239